Tentamen Discrete Structuren

donderdag 23 april 2008, 9:00 -12:00 uur

Elke opgave levert maximaal 9 punten op. Het cijfer is $(p/10) + 1$, afgerond op gehele en halve waarden, waarbij p het totaal aantal behaalde punten is. Wie een 5 of hoger heeft gehaald voor de toets van 14 maart 2008, hoeft de eerste 5 opgaven niet te maken: het toetsresultaat telt voor de helft mee in het tentamenresultaat. Heb je bij de toets 5 of hoger gehaald en maak je ook de opgaven 1 t/m 5, dan telt het beste resultaat.

N.B.: Beargumenteer je antwoorden.

1. Bewijs dat de som van drie priemgetallen groter dan 2, oneven is.

2. Bewijs met een geannoteerd lineair bewijs:

$$[a \longrightarrow (a \wedge b)] \longrightarrow [(a \vee b) \longrightarrow b]$$

3. Bewijs dat: als de relatie R symmetrisch, transitief en reflexief is, dan is de converse $R^{\leftarrow}$ een equivalentierelatie.

4. Bewijs dat als $s_n = \sum_{k=1}^{n} k$ dan $s_n = O(n^2)$.

5. Geef een expliciete definitie voor de rij die gegeven is door:

$$\begin{aligned} s_0 &= 1 \qquad s_1 = -3 \\ s_n &= -2 \cdot s_{n-1} + 3 \cdot s_{n-2} \qquad \text{voor } n \geq 2 \end{aligned}$$

6. Stel G is een bipartite graaf met de partitie $V(G) = V_1 \cup V_2$

   (a) Bewijs dat, als G een Hamiltoniaans circuit heeft, dan: $|V_1| = |V_2|$

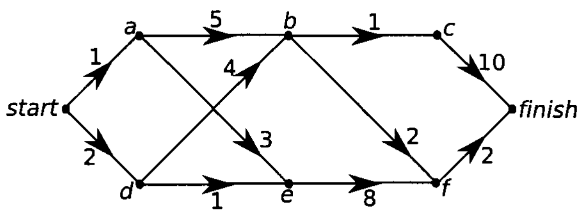
   (b) Geef een voorbeeld van een samenhangende bipartite graaf waarvoor $|V_1| = |V_2|$, die *geen* Hamiltoniaans circuit heeft.

7. Geef voor (a) en (b) een logische netwerk dat een 1 op de uitgang geeft, **desda**:

   (a) precies één van de drie ingangen x, y, z de waarde 1 heeft.

   (b) tenminste één van de drie ingangen x, y, z de waarde 1 heeft.

8. Geef voor het volgende netwerk:



   (a) voor elke knoop v : de **arrival**-tijd $A(v)$, de **latest arrival**-tijd $L(v)$ en de **slack**-tijd $S(v)$.

   (b) de **float**-tijd voor elke ribbe *(of: kant)*.

   (c) de beide kritieke paden.

9. Stel SUBSTR is een partiële ordening gevormd door de verzameling strings $\{\lambda, a, b, ab\}$ en de substringrelatie en PAAR is de PO-set gevormd door de paren $\{(x, y) \in \mathbb{B}^2\}$ en de productordening.

   (a) Definieer SUBSTRBA en PAARBA als de kleinste Boolese algebra's die resp. SUBSTR en PAAR bevatten (d.w.z. zodanig dat de bij deze structuren gegeven ordeningsrelatie de de geassocieerde $\leq$-relatie is).

   (b) Geef een isomorfisme aan tussen SUBSTRBA en PAARBA.

10. Bewijs dat $\mathcal{P}(\mathbb{Q})$ gelijkmachtig is aan het reële interval $(0, 1)$.